Предисловие

Эта книга по замыслу авторов должна служить пособием для студентов университетов при изучении научной дисциплиной, которая именуется теорией дискретных систем массового обслуживания (СМО). Отличительной чертой СМО в дискретном времени является возможность наступления в любой момент времени одновременно нескольких событий (например, приход заявки, обслуживание, изменение приоритета). В некоторых случаях это приводит к другим методам исследования по сравнению с системами в непрерывном времени. Необходимость создания руководства подобного рода вызвана тем, что, судя по регулярно появляющимся публикациям в периодических научных изданиях, данная теория продолжает развиваться, и для нее появляются все новые области практических приложений. Эта потребность усиливается еще и тем обстоятельством, что известные авторам монографии и учебники, посвященные СМО в дискретном времени, доступны лишь на иностранных языках (преимущественно на английском).

Предлагаемая книга не претендует на полноту сообщаемых сведений. Главной задачей было создать руководство, освещающее на важнейших примерах те аналитические методы решения задач теории дискретных СМО, которые являются основополагающими, интересными, и обладающими преимуществом наглядности получаемых с их помощью результатов. Исходя из этой методологической целевой установки, авторы и отбирали материал для книги. В книге практически не уделяется внимание алгоритмическому подходу, который позволяет получать решения в виде вычислительных матрично-рекуррентных алгоритмов. По данной тематике имеется обширная литература, и связное изложение этого плодотворного подхода требует, на наш взгляд, отдельной книги. Также здесь мы совсем не будем касаться анализа сетей массового обслуживания, функционирующих в дискретном времени. Читатели, интересующиеся этими вопросами, могут обратиться, например, к книгам [1, 3]. Общий характер данного руководства и основной стиль использования вероятностных рассуждений в вопросах массового обслуживания соответствует классическому учебнику по теории массового обслуживания П. П. Бочарова и А. В. Печинкина [8], знакомство с которым облегчит читателю усвоение материала.

В теории массового обслуживания, изучающей дискретные модели, используются самые различные математические методы, причем основную роль играет теория вероятностей. Поэтому собственно изложению предшествует вводная глава, посвященная некоторым сведениям из теории вероятностей и случайных процессов. Что касается других математических дисциплин, то используемые их результаты в целом перекрываются курсом математики, обязательным во всех университетах для специальностей «Математика» и «Прикладная математика». К тем немногочисленным исключениям, которые встретятся в тексте, даются подробные пояснения. Отметим, что первая глава носит справочный характер. Читатель, уверенный в своих силах, может начинать чтение книги сразу со второй главы, обращаясь по мере надобности к первой. В первой главе также приводится формализованное описание СМО, их определяющих параметров и показателей производительности. Здесь же приводятся классификация Кендалла наиболее простых дискретных СМО и описание некоторых вероятностных распределений, которые будут играть важную роль в дальнейшем. Вторая и третья главы посвящены так называемым марковским СМО, причем во второй главе разбираются простейшие модели, а в третьей – более сложные. Эти модели исследуются с помощью относительно простого математического аппарата. В четвертой главе проводится подробный анализ дискретной СМО, которую в классификации Кендалла обозначают как $Geo/G/1/\infty$. Именно эта модель является той основой, на которой часто опробуются и отрабатываются новые методы. Результаты, полученные в этой главе, позволяют в следующей, пятой главе исследовать другие «традиционные» СМО. В шестой главе рассматриваются СМО $Geo/G/1/\infty$ со специальными дисциплинами обслуживания, к которым относятся приоритетные системы, а также системы с порядком обслуживания, отличным от обслуживания заявок в порядке поступления в систему. Использование таких дисциплин в ряде случаев существенно улучшает показатели производительности СМО практически без каких-либо дополнительных технических усовершенствований.

Предлагаемое пособие легло в основу преподаваемой студентам Российского университета дружбы народов в течение ряда лет дисциплины «Дискретные математические модели», являющейся базовой частью цикла Б1 «Дисциплины (модули)» по направлению «01.04.02 Прикладная математика и информатика» (магистерская программа «Теория вероятностей и математическая статистика») и дисциплины «Дискретные и вероятностные модели» — вариативной части цикла Б1 «Дисциплины (модули)» по направлению «02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии» (магистерская программа «Управление инфокоммуникациями и интеллектуальные системы»). Однако оно также рассчитано на студентов других специальностей и аспирантов, использующих в своей работе математические модели теории массового обслуживания (ТМО).

В список литературы, приведенный в конце книги, включены известные авторам издания, излагающие как основы анализа СМО в дискретном времени, так и более сложные подходы и методы для анализа моделей реальных технических систем. Также в список литературы включены учебники и монографии по ТМО, источники, на которые в тексте даются ссылки, а также статьи, некоторые из которых использовались при написании книги.

В заключение приведем список обозначений и сокращений, используемых в книге:

— БП — бункер переупорядочения;
— ПЗ — период занятости;
— ПЛС —преобразование Лапласа–Стилтьеса;
— ПФ — производящая функция;
— ФР — функция распределения;
— ХФ — характеристическая функция;
— СМО — система масового обслуживания;
— СеМО — сеть массового обслуживания;
— ОПРГ — обобщенный процесс размножения и гибели;
— СУР — система уравнений равновесия;
— ТМО — теория массового обслуживания;
— FCFS — first come first served (первым пришел — первым обслужен);
— LCFS — last come first served (последним пришел — первым обслужен);
— $C_n^k = n!/(k!(n-k)!)$ — число сочетаний из n по k;
— $A_n^k = n!/(n-k)!$ — число размещений из n по k;
— $\mathbf{Pr}(\mathcal{A})$ — вероятность события $\mathcal{A}$;
— $\mathbf{Pr}(\mathcal{A}|\mathcal{B})$ — условная вероятность события $\mathcal{A}$ при условии события $\mathcal{B}$;
— $\mathbf{E}\xi$ — математическое ожидание случайной величины ξ;
— $\mathbf{E}(\xi|\eta = j)$ — условное математическое ожидание случайной величины ξ при условии, что случайная величина η приняла значение j;
— $\operatorname{Var}\xi$ — дисперсия случайной величины ξ.