Содержание

Список основных сокращений **9**

Список основных обозначений **11**

Предисловие **15**

Глава 1. Сведения из стохастического анализа **18**

1.1. Случайные величины, функции и стохастические процессы 18
1.1.1. Случайные величины 18
1.1.2. Случайные функции и стохастические процессы 26
1.1.3. Некоторые типовые стохастические процессы 30
1.1.4. Вероятности событий, связанных со случайными функциями 35
1.2. Моменты 35
1.2.1. Математическое ожидание 35
1.2.2. Моменты второго порядка 37
1.2.3. Операторы моментов второго порядка 37
1.2.4. Моменты высших порядков 40
1.2.5. Операторы моментов высших порядков 41
1.2.6. Характеристическая функция и характеристический функционал 42
1.2.7. Условные моменты 44
1.2.8. Регрессионные модели 47
1.3. Стохастические интегралы 49
1.3.1. Операции анализа над случайными функциями 49
1.3.2. Стохастические интегралы от неслучайных функций 57
1.3.3. Стохастические интегралы от неслучайных функций векторного аргумента 63
1.4. Стохастические дифференциалы 65
1.4.1. Стохастические интегралы и дифференциалы от случайных функций 65
1.4.2. Стохастические дифференциалы 74
1.5. Канонические разложения случайных функций и стохастических элементов 78
1.5.1. Канонические разложения скалярных случайных функций 78
1.5.2. Канонические разложения векторных случайных функций 80
1.5.3. Канонические разложения стохастических элементов 82
1.5.4. Канонические разложения с независимыми компонентами 89
1.5.5. Задание вероятностных мер канонических разложений 89
1.6. Дополнения и задачи 91

Глава 2. Теория стохастических систем. Линейные системы 107

2.1. Математические модели систем и их характеристики ... 107
2.1.1. Математические модели непрерывных систем ... 107
2.1.2. Дискретные стохастические системы ... 119
2.1.3. Непрерывно-дискретные стохастические системы ... 127
2.1.4. Сложные стохастические системы ... 127
2.2. Уравнения процессов в стохастических системах ... 130
2.2.1. Непрерывные стохастические системы ... 130
2.2.2. Приведение уравнений непрерывной стохастической системы к дифференциальным стохастическим уравнениям ... 133
2.2.3. Уравнения дискретных и непрерывно-дискретных стохастических систем ... 135
2.2.4. Уравнения стохастических систем в функциональных пространствах ... 136
2.3. Одно- и многомерные распределения в стохастических системах ... 138
2.3.1. Распределения в непрерывных стохастических системах ... 138
2.3.2. Распределения в дискретных и непрерывно-дискретных стохастических системах ... 145
2.3.3. О распределениях в сложных стохастических системах ... 149
2.4. Линейные стохастические системы ... 153
2.4.1. Корреляционная теория непрерывных систем ... 153
2.4.2. Теория распределений ... 159
2.4.3. Теория линейных дискретных стохастических систем ... 163
2.4.4. Линейные стохастические системы в функциональных пространствах ... 164
2.5. Канонические разложения линейных преобразований ... 166
2.5.1. Канонические разложения линейных преобразований случайных функций ... 166
2.5.2. Канонические разложения линейных преобразований стохастических элементов ... 168
2.5.3. Решение линейных операторных уравнений методами канонических представлений ... 169
2.6. Дополнения и задачи ... 172

Глава 3. Нормальная аппроксимация и статистическая линеаризация в нелинейных стохастических системах 188

3.1. Нормальная аппроксимация одно- и многомерных распределений в нелинейных непрерывных стохастических системах ... 188
3.1.1. Нормальная аппроксимация одномерного распределения процесса в непрерывной стохастической системе (2.2.14) ... 188
3.1.2. Нормальная аппроксимация многомерных распределений процесса в непрерывной стохастической системе (2.2.14) ... 191
3.1.3. Приближенное определение стационарных процессов в непрерывной стохастической системе (2.2.14) ... 193
3.1.4. Нормальная аппроксимация распределений процессов в непрерывных стохастических системах (2.2.15) ... 194

3.1.5. Нормальная аппроксимация распределений в сложных стохастических системах (2.3.42) и (2.3.49) 194
3.2. Статистическая линеаризация нелинейных непрерывных стохастических систем с аддитивными шумами 196
3.2.1. Статистическая линеаризация непрерывных стохастических систем (2.2.14) при аддитивных нормальных шумах 196
3.2.2. Статистическая линеаризация непрерывных стохастических систем (2.2.14) и (2.2.15) при аддитивных негауссовских шумах 197
3.2.3. Типовые интегралы методов нормальной аппроксимации и статистической линеаризации 199
3.2.4. Формулы для коэффициентов статистической и гармонической линеаризации одномерных нелинейных преобразований 199
3.2.5. Формулы для коэффициентов статистической линеаризации многомерных нелинейных преобразований 214
3.2.6. Статистическая линеаризация нелинейных преобразований посредством канонических разложений 222
3.2.7. О гармонической и совместной гармонической и статистической линеаризации 227
3.3. Нормальная аппроксимация и статистическая линеаризация в дискретных и непрерывно-дискретных стохастических системах 228
3.3.1. Нормальная аппроксимация процессов в дискретных нелинейных стохастических системах 228
3.3.2. Статистическая линеаризация в дискретных стохастических системах с аддитивными шумами 229
3.3.3. Нормальная аппроксимация в нелинейных непрерывно-дискретных системах 230
3.4. Нормализация стохастических систем 233
3.4.1. Нормальные сложные стохастические системы 233
3.4.2. Метод нормализации сложных стохастических систем 236
3.4.3. Нормализация систем массового обслуживания 237
3.4.4. Нормализация стохастических систем посредством канонических разложений 245
3.5. Методические указания и задачи 245

Глава 4. Эллипсоидальная аппроксимация и линеаризация в нелинейных стохастических системах 267

4.1. Принцип эллипсоидальной аппроксимации распределений. Полиномы, ортогональные по отношению к гамма- и хи-квадрат распределениям 267
4.1.1. Вводные замечания 267
4.1.2. Принцип эллипсоидальной аппроксимации 267
4.1.3. Свойства полиномов $S_\nu^\alpha(u)$ и $S_{r,\nu}(u)$ 273
4.1.4. Разложение плотностей неотрицательных случайных величин по полиномам $S_\nu^\alpha(u)$ и $S_{r,\nu}(u)$ 280

4.2. Моменты и характеристическая функция случайного вектора при эллипсоидальной аппроксимации его плотности 285
4.2.1. Моменты квадратической формы при эллипсоидальной аппроксимации плотности 285
4.2.2. Моменты случайного вектора при эллипсоидальной аппроксимации плотности 286
4.2.3. Рекуррентные формулы для моментов различного порядка случайного вектора с эллипсоидальным распределением 286
4.2.4. Нахождение функции и плотности распределения нелинейной функции эллипсоидального случайного аргумента 287
4.2.5. Некоторые точные распределения функций эллипсоидального случайного аргумента 288
4.3. Оценка точности эллипсоидальной аппроксимации распределений .. 291
4.3.1. Предварительные замечания 291
4.3.2. Оценка точности по вероятностям попадания на множества .. 292
4.3.3. Нахождение эллипсоида с заданной вероятностью попадания 293
4.3.4. Оценка точности по начальным моментам 294
4.4. Эллипсоидальная аппроксимация одно- и многомерных распределений в непрерывных стохастических системах 298
4.4.1. Эллипсоидальная аппроксимация одномерного распределения 298
4.4.2. Эллипсоидальная аппроксимация многомерных распределений 311
4.4.3. Типовые интегралы и рекуррентные формулы 317
4.5. Эллипсоидальная линеаризация в нелинейных непрерывных стохастических системах 317
4.5.1. Эллипсоидальная линеаризация нелинейных преобразований 317
4.5.2. Метод эллипсоидальной линеаризации для нахождения одномерных распределений 320
4.5.3. Эллипсоидальная линеаризация для нахождения многомерных распределений 322
4.6. Эллипсоидальная аппроксимация распределений и линеаризация в нелинейных дискретных и непрерывно-дискретных стохастических системах 324
4.6.1. Эллипсоидальная аппроксимация распределений в нелинейных дискретных стохастических системах 324
4.6.2. Метод эллипсоидальной линеаризации для нелинейных дискретных и непрерывно-дискретных стохастических систем 328
4.7. Методические указания и задачи 331

Глава 5. Применение в задачах компьютерной поддержки статистических научных исследований 350

5.1. Задачи компьютерной поддержки статистических научных исследований 350
5.1.1. Задачи, принципы и подходы к компьютерной поддержке научных исследований 350
5.1.2. Особенности компьютерной поддержки статистических научных исследований 354

5.1.3. Задачи статистической теории синтеза оптимальных, суб- и условно оптимальных систем ... 358
5.2. Субоптимальная обработка информации в нелинейных стохастических системах на основе методов нормальной и эллипсоидальной аппроксимации ... 370
5.2.1. Оценивание состояния системы ... 370
5.2.2. Оценивание неизвестных параметров ... 371
5.2.3. Экстраполяция ... 371
5.2.4. Постановка задач оценивания в непрерывных системах ... 372
5.2.5. Общая формула для оптимальной оценки ... 373
5.2.6. Стохастический дифференциал апостериорного математического ожидания и ковариационной матрицы ... 374
5.2.7. Общая характеристика субоптимальных методов нелинейного оценивания ... 376
5.2.8. Метод нормальной аппроксимации для нахождения апостериорного распределения ... 377
5.2.9. Дискретное субоптимальное оценивание на основе метода нормальной аппроксимации ... 380
5.2.10. Эллипсоидальное субоптимальное оценивание ... 383
5.3. Условно оптимальная обработка информации в нелинейных стохастических системах на основе методов нормальной аппроксимации и эллипсоидальной линеаризации ... 385
5.3.1. Основная идея условно оптимальной фильтрации в непрерывных системах ... 385
5.3.2. Классы допустимых фильтров ... 386
5.3.3. Постановка задач условно оптимального оценивания в непрерывных системах ... 387
5.3.4. Условно оптимальная фильтрация в непрерывных системах ... 389
5.3.5. Уравнения, определяющие фильтр Пугачева ... 395
5.3.6. Формула для производной ковариационной матрицы ошибки фильтра Пугачева ... 398
5.3.7. Дискретное условно оптимальное оценивание ... 399
5.4. Дополнения и задачи ... 405

Приложение П1. Некоторые дискретные распределения случайных величин и их характеристики **429**

Приложение П2. Некоторые непрерывные распределения случайных величин и их характеристики **432**

Приложение П3. Функция Лапласа и ее производные **436**

Приложение П4. Характеристики типовых линейных систем **439**

Приложение П5. Преобразования Лапласа и Фурье **440**

Приложение П6. Частотные характеристики типовых одномерных линейных систем **442**

Приложение П7. Некоторые определенные интегралы и специальные функции **443**

Приложение П8. Характеристики типовых одномерных линейных систем с распределенными параметрами **446**

Приложение П9. Типовые интегралы в уравнениях эллипсоидального анализа распределений **448**

Приложение П10. Библиографические замечания **461**

Список литературы **463**

Предметный указатель **475**